

Inhaltsverzeichnis

| | |
|---|----|
| Inhaltsverzeichnis | 1 |
| 1. Filter | 1 |
| 1.1 Einführung | 2 |
| 1.1.1 Warum Filtern | 2 |
| 1.1.2 Aufgabenteilung | 2 |
| 1.1.3 Filter eingeteilt nach dem Verlauf des Frequenzganges | 2 |
| 1.2 Entstehung der Filterpolynome durch Zusammenschaltung passiver Grundzweipole..... | 3 |
| 1.2.1 Erste Ordnung..... | 3 |
| 1.2.2 Zweite Ordnung..... | 4 |
| 1.2.3 Dritte Ordnung | 5 |
| 1.2.4 Technische Interpretation und Anmerkungen..... | 6 |
| 1.3 Filtercharakteristiken | 7 |
| 1.3.1 Butterworthfilter | 7 |
| 1.3.2 Tschebyscheffilter | 8 |
| 1.3.3 Cauerfilter | 10 |
| 1.3.4 Besselfilter..... | 10 |
| 1.4 Synthese eines Butterworthfilters mit $n=3$ | 11 |
| 1.4.1 Von der Mathematik zur Dimensionierung | 11 |
| 1.4.2 Überprüfung des Entwurfs durch eine Simulation | 15 |
| 1.4.3 Impedanzskalierung..... | 16 |
| 1.4.4 Frequenzskalierung..... | 16 |
| 1.5 Verwendung von Filterhandbüchern..... | 17 |

1. Filter

Nach einer kurzen Einführung in das Thema wird am Beispiel von passiven Filtern der Zusammenhang zwischen verwendeten Polynomen und der allgemeinen Leiternetzwerkarchitektur vorgestellt. Einige häufig verwendete Filtercharakteristiken werden im Anschluss mit Vor- und Nachteilen gezeigt. Die Synthese eines Butterworthfilters mit der Ordnung 3 schließt die Ausführungen ab.

1.1 Einführung

1.1.1 Warum Filtern

Zu Beginn sollen einige wichtige Anwendungsbeispiele für Filterung in der Nachrichtentechnik aufgezeigt werden:

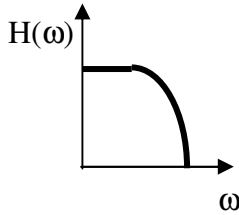
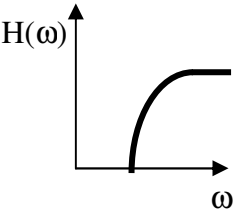
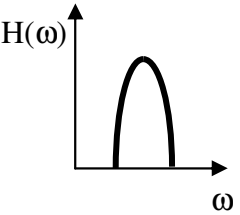
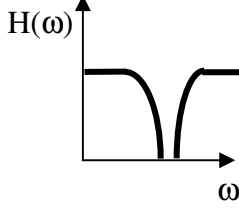
- Rauschbandbreitenbegrenzung
- Dämpfung von unerwünschten Harmonischen bei Sendern
- Nachbarkanalunterdrückung bei Mehrkanalsystemen im Sende- und auch im Empfangsfall
- Abweisung (Reflexion) unerwünschter Mischprodukte
- Gezielte Gestaltung von Sprungantworten in Regelschleifen, zum Beispiel bei PLL's (Phase Locked Loops)
- Demodulation (z.B. FM-Demodulation an einer Filterflanke)
- Datenverrundung zum Zwecke der Bandbreitenbegrenzung auf der Sendeseite
- Diplexer (trennt zwei Bänder)

1.1.2 Aufgabenteilung

Die Aufgabe des Filterherstellers ist das Bereitstellen der entsprechenden Übertragungsfunktion in Betrag und Phase.

Die Aufgabe des Anwenders ist das Bereitstellen der geforderten Quell- und Lastimpedanzen. Dafür sind häufig zusätzliche Anpassnetzwerke zu entwerfen.

1.1.3 Filter eingeteilt nach dem Verlauf des Frequenzganges

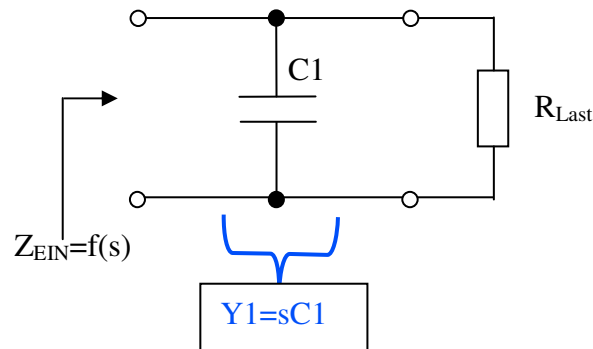
| Tiefpass | Hochpass | Bandpass | Bandsperr |
|---|---|--|---|
|  |  |  |  |

1.2 Entstehung der Filterpolynome durch Zusammenschaltung passiver Grundzweipole

Betrachtet wird im Folgenden die allgemeine Tiefpassleiterstruktur für die Ordnungen 1, 2 und 3 in aufsteigender Reihenfolge. Es soll aufgezeigt werden, wie in der Mathematik gefundene und dort erprobte Polynome schaltungstechnisch umgesetzt werden können.

1.2.1 Erste Ordnung

Ein Tiefpass erster Ordnung enthält nur einen energiespeichernden passiven Grundzweipol und könnte wie folgt realisiert werden:



$Y1$ ist der Leitwert des Kondensators $C1$ ausgedrückt als Funktion der Laplacevariable s . S sei wie folgt definiert:

$$(1) \quad s = \sigma + j\omega$$

Es lässt sich für s eine gaußsche komplexe Zahlenebene aufspannen, in die Pol- und Nullstellen des Funktionsverlaufes von s eingetragen werden können. Häufig ist die Funktion ein Bruch bestehend aus Zählerpolynom und Nennerpolynom.

Eine Nullstelle der Funktion ist dann gegeben, wenn im Zählerpolynom der Funktion eine Nullstelle vorliegt.

Eine Polstelle der Funktion ist es, wenn im Nennerpolynom der Funktion eine Nullstelle vorliegt.

Für Funktionsnullstellen verwendet man üblicherweise kleine Kreise und für die Polstellen kleine Kreuze in x -Form. Die Arbeit mit dem Pol-Nullstellenplan ist auch in der Regelungstechnik beliebt. Polynome mit größerer Ordnung lassen sich so besser überblicken.

Die Eingangsklemmenimpedanz als Funktion von s für das Tiefpassbeispiel erster Ordnung ist dann:

$$(2) \quad Z_{EIN}(s) = \frac{1}{\frac{1}{R_{Last}} + sC1} = \frac{R_{Last}}{1 + sR_{Last}C1}$$

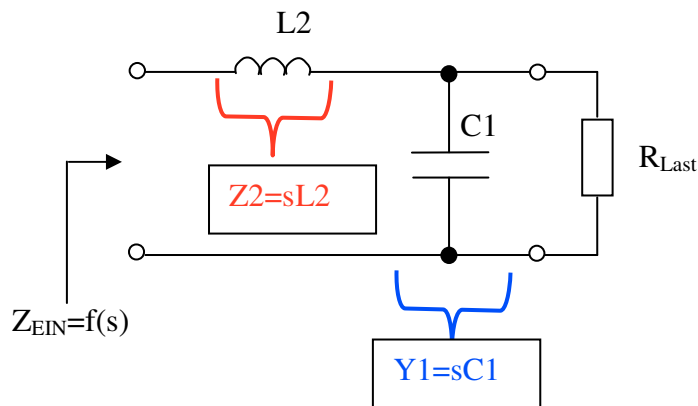
Durch Überlegung gelangt man dazu, dass für den Fall $s=0$ $Z_{EIN}=R_{Last}$ wird. Für den Fall s gegen unendlich wird Z_{EIN} zu 0. Das entspricht dem Tiefpassverhalten. Für hohe Frequenzen stellt der Eingang des Filters einen Kurzschluss dar. Leistung die von einer am Eingang angeschlossenen Quelle in den Filtereingang läuft wird total reflektiert und kann das Filter nicht passieren. Bei der Frequenz 0 hingegen wird die speisende Quelle mit R_{Last} am Filterausgang belastet und deren Leistung dann dort umgesetzt.

Auch kann man sich überlegen, dass für den Fall $sR_{Last}C1 \gg 1$ die 1 im Nenner zu vernachlässigen ist und jede weitere Verzehnfachung von s eine weitere Zehntelung des Betrages von Z_{EIN} verursacht, welches dann 20dB entspricht. Deshalb beträgt der Dämpfungsverlauf bei Filtern erster Ordnung 20dB pro Dekade.

Die Ordnung des Nennerpolynoms ist 1, da s nur mit der Potenz 1 vorkommt.

1.2.2 Zweite Ordnung

Ein Tiefpass zweiter Ordnung enthält dann zwei energiespeichernde Grundzweipole. Unser Beispiel erster Ordnung wird um einen Serienzweig ergänzt:



Die Eingangsklemmenimpedanz für das Tiefpassbeispiel zweiter Ordnung ergibt sich dann zu:

$$(3) \quad Z_{EIN}(s) = sL2 + \frac{1}{\frac{1}{R_{Last}} + sC1} = \frac{\frac{sL2}{R_{Last}} + s^2 L2 \cdot C1 + 1}{\frac{1}{R_{Last}} + sC1} = \frac{sL2 + s^2 L2 \cdot C1 \cdot R_{Last} + R_{Last}}{1 + sR_{Last} \cdot C1}$$

Die Summanden des Zähler- und Nennerpolynoms werden noch in abfallender Richtung sortiert und der Faktor 1 wird mit s^0 ersetzt:

$$(3) \quad Z_{EIN}(s) = \frac{s^2 (L2 \cdot C1 \cdot R_{Last}) + s^1 (L2) + s^0 (R_{Last})}{s^1 (R_{Last} \cdot C1) + s^0}$$

Nun zu einer Interpretation des erhaltenen Ausdruckes. Das Nennerpolynom ist erhalten geblieben und identisch mit dem beim Beispiel erster Ordnung.

Durch den ergänzten Serienzweig entstand jetzt im Zähler ein Polynom zweiter Ordnung. Dessen Nullstellen ergeben sich wie folgt:

$$(4) \quad s_{1,2} = -\frac{1}{2 \cdot R_{ast} \cdot C1} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2 \cdot R_{ast} \cdot C1}\right)^2 - \left(\frac{1}{L2 \cdot C1}\right)}$$

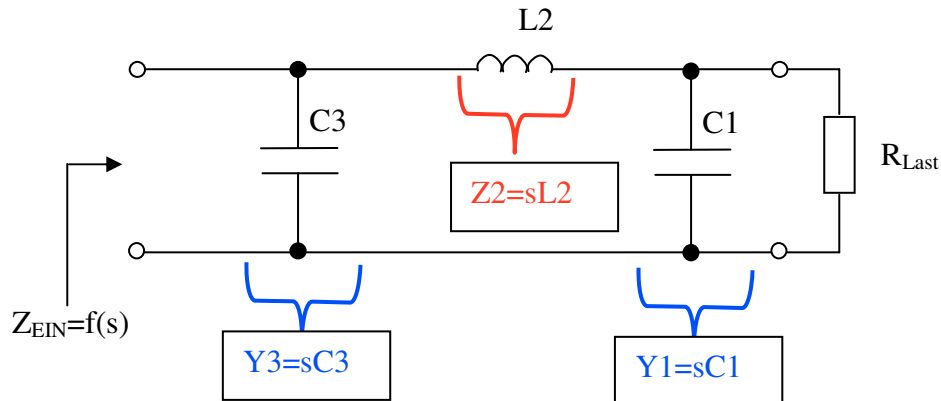
An diesen beiden komplexen Frequenzen in der s-Ebene ergibt sich $Z_{EIN}(s) = 0$ und damit wird jeglicher Leistungstransfer durch das Filter unterbunden. Die Nullstellen werden in der linken s-Halbebene zu liegen kommen durch das $-p/2$ der quadratischen Gleichung bedingt ($p = \frac{1}{R_{ast} \cdot C1}$ in unserem Fall)

und es sind konjugiert komplexe Paare für die Nullstellen möglich.

Weiterhin kann man sich zum Frequenzgang des Filters überlegen, dass der Term mit s^2 im Zähler mit steigendem s am schnellsten wächst. Pro Dekade verhundertfacht sich der Wert des Terms. Dies führt dann für s gegen unendlich zu einem Dämpfungspol. Dieser wurde in der Schaltung durch den Serienzweig mit $L2$ realisiert.

1.2.3 Dritte Ordnung

Ein Tiefpass dritter Ordnung enthält drei energiespeichernde Grundzweipole.
Das Beispiel zweiter Ordnung wird um einen zusätzlichen Parallelzweig ergänzt:



Die Eingangsklemmenimpedanz für das Tiefpassbeispiel dritter Ordnung ergibt sich dann zu:

$$(5) \quad Z_{EIN}(s) = \frac{1}{sC3 + \frac{1}{sL2 + \frac{1}{\frac{1}{R_{Last}} + sC1}}} = \frac{1}{sC3 + \frac{1}{sL2 + \frac{s^2 L2 \cdot C1 \cdot R_{Last} + R_{Last}}{1 + sR_{Last} \cdot C1}}}$$

Der im Nenner befindliche Doppelbruch wird durch Multiplikation mit dem reziproken Ausdruck aufgelöst:

$$(5) \quad Z_{EIN}(s) = \frac{1}{sC3 + \frac{1 + sR_{Last} \cdot C1}{sL2 + s^2 L2 \cdot C1 \cdot R_{Last} + R_{Last}}}$$

Der Summand $sC3$ wird durch Erweitern auf den Hauptnenner gebracht:

$$(5) \quad Z_{EIN}(s) = \frac{1}{\frac{s^2 L2 C3 + s^3 L2 \cdot C3 \cdot C1 \cdot R_{Last} + sC3 \cdot R_{Last} + 1 + sR_{Last} \cdot C1}{sL2 + s^2 L2 \cdot C1 \cdot R_{Last} + R_{Last}}}$$

Der im Nenner befindliche Doppelbruch wird durch Multiplikation mit dem reziproken Ausdruck aufgelöst und die Summanden in abfallender Ordnung sortiert:

$$(5) \quad Z_{EIN}(s) = \frac{s^2 (L2 \cdot C1 \cdot R_{Last}) + s \cdot (L2) + R_{Last}}{s^3 (L2 \cdot C3 \cdot C1 \cdot R_{Last}) + s^2 (L2 \cdot C3) + s \cdot (R_{Last} \cdot (C1 + C3)) + 1}$$

Zur Auswertung: Das Nennerpolynom des Beispiels zweiter Ordnung ist jetzt in unveränderter Form das Zählerpolynom. Im Nenner entstand ein neues Polynom mit der Ordnung 3. Dieses wird jetzt mit dem Faktor 1000 pro Dekade wachsen und den Betrag von $Z_{EIN}(s)$ mit steigendem s dadurch noch viel rascher gegen 0 laufen lassen als im Beispiel zweiter Ordnung. Die beiden Nullstellen des Zählers sind in unserem Beispiel die gleichen wie im Beispiel für die 2. Ordnung.

1.2.4 Technische Interpretation und Anmerkungen

Die Herleitung der drei Beispiele mit steigender Ordnung führt zu mehreren Feststellungen:

- Eine Erhöhung der Tiefpassdämpfung kann entweder durch ein L im Serienzweig oder durch ein C im Parallelzweig erfolgen. Durch einen ständigen Wechsel von Serien- und Parallelzweig ergibt sich dann das Leiternetzwerk. Es ist für die erzielbare Dämpfung gleichgültig ob mit einem Serien- oder Parallelzweig am Lastwiderstand begonnen wird. Für s gegen unendlich werden die Serienzweige mit den Induktivitäten hochohmig und die Parallelzweige mit den Kondensatoren schließen immer besser kurz bis hin zu 0 Ohm.
- Das Leiternetzwerk führt in der Formel für die Filtereingangsimpedanz mit steigender Zahl an Serien- und Parallelzweigen zu mathematisch immer aufwändigeren Polynomen. Die Ordnung des höchsten auftretenden Polynoms ist dabei gleich mit der Anzahl der voneinander unabhängigen Energiespeicherbauelemente. Damit ist gemeint, dass jeder C und jedes L einen eigenen Zweig haben müssen. Zum Beispiel erhöht ein Zweiter parallel zum Ersten geschalteter Kondensator die Ordnung nicht.
- Die Ordnung des Polynoms entspricht der Ordnung des Filters.
- Feststellung zum Phasenfrequenzgang der Eingangsimpedanz. Mit jedem Energiespeicherbauelement lassen sich maximal 90° Phasenverschiebung realisieren. Das bedeutet, dass für das gesamte Filter mit der Ordnung n eine Phasenverschiebung von $n \cdot 90^\circ$ maximal möglich ist.

1.3 Filtercharakteristiken

Im folgenden Abschnitt werden jetzt von der Mathematik aus betrachtet einige mögliche Polynomarten vorgestellt, die beim Filterentwurf gerne verwendet werden.

1.3.1 Butterworthfilter

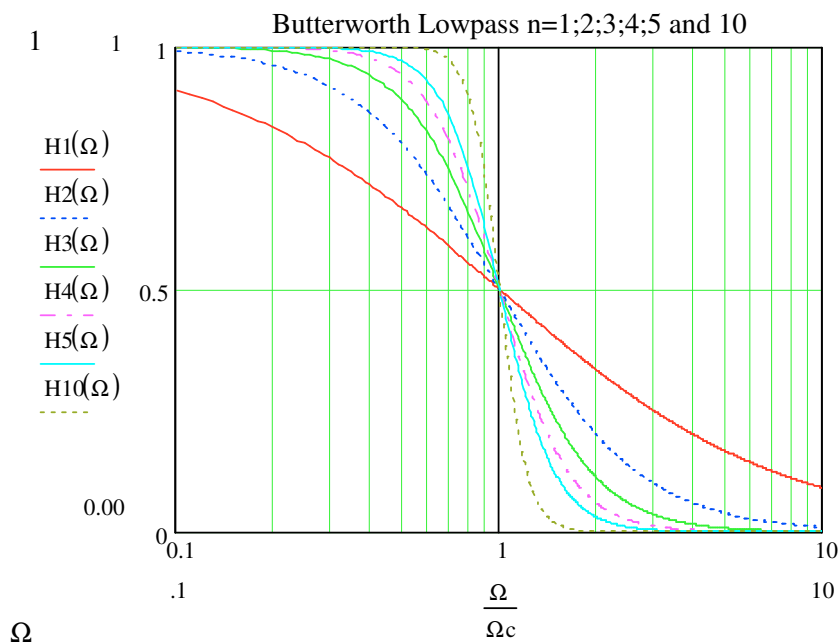
Die allgemein formulierte Übertragungsfunktion als Funktion mit

der normierten Frequenz $\Omega = \frac{f}{f_{Eck}}$ als abhängige Variable für das Butterworthfilter ist:

$$(6) \quad |H_n(\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \Omega^{2n}}$$

Beispielhaft wurden Verläufe für mehrere n mit dem Programm Mathcad errechnet und seien hier vorgestellt.

H1 bis H10 stehen dabei für den Ausdruck $|H_n(\Omega)|^2$ mit dem jeweiligen n:



Wichtige Eigenschaften dieses Filtertyps sind:

- Flacher gerade verlaufender Amplitudenfrequenzgang ohne Rippel im Durchlass und im Sperrbereich
- Unabhängig von der Ordnung n weisen die Filter alle an der gleichen 3dB Eckfrequenz den Pegel $\frac{1}{2}$ auf.
- Für n gegen unendlich nähert sich dieser Filtertyp dem idealen Küpfmüllertiefpass immer mehr an.

1.3.2 Tschebyschefffilter

Verglichen mit dem Butterworthfilter lassen sich durch die Verwendung von Tschebyscheffpolynomen steilere Übergänge zwischen Durchlassband und Stopband erlangen. Der Preis dafür ist dann aber eine Welligkeit im Amplitudenfrequenzgang.

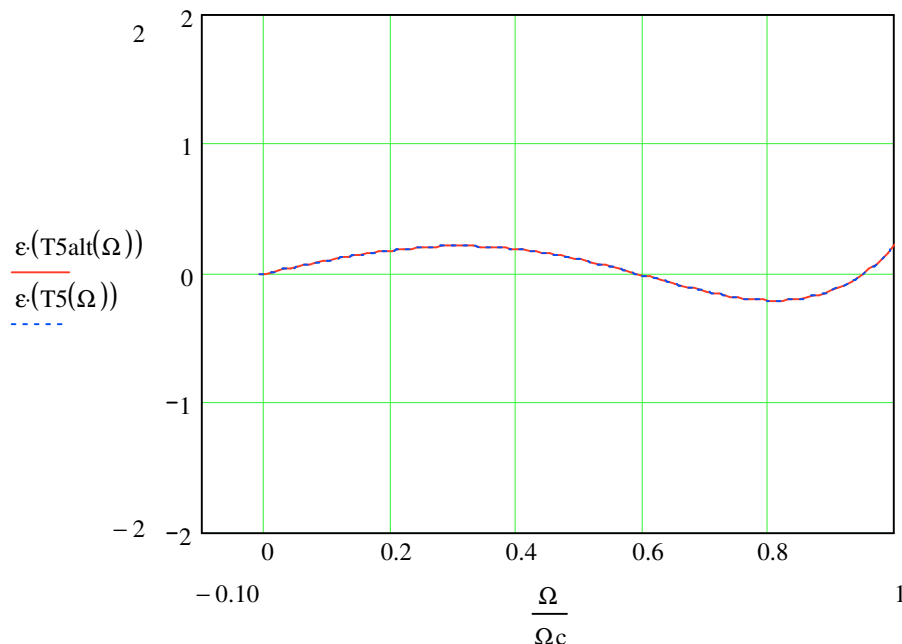
Ein Beispiel für die Ordnung $n=5$ soll das zeigen. Das Tschebyscheffpolynom der Ordnung 5 läßt sich in verschiedener Form ausdrücken:

(7) und (8)

$$T_5(\Omega) := \cos(5 \cdot \arccos(\Omega))$$

$$T_{5\text{alt}}(\Omega) := \frac{1 \cdot \left[\left[\Omega + (\Omega^2 - 1)^{0.5} \right]^5 + \left[\Omega - (\Omega^2 - 1)^{0.5} \right]^5 \right]}{2}$$

(7) und (8) sind mathematisch gleichwertig. Die beiden exakt übereinanderliegenden Testplots sollen das zeigen:

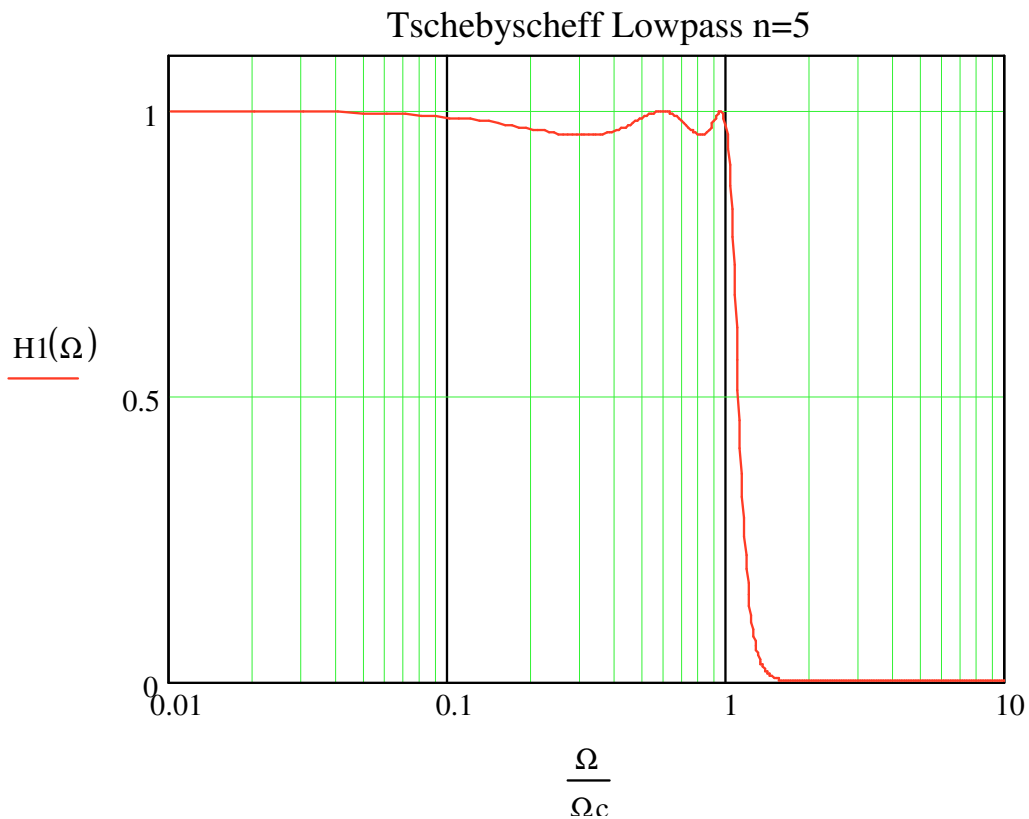


Der zusätzliche Faktor ε dient der Amplitudenauswahl. Zwischen 0 und 1 ausgewählt stellt er die Breite des Toleranzbandes ein, in dem sich die Funktion bewegt. Der Plot zeigt beispielhaft den Fall $\varepsilon=0,21$. Bei der Anwendung als Filterpolynom beeinflusst die ε -Auswahl dadurch die Größe des Amplitudenrippels des Filters.

Die Filterdefinition für einen Tschebyschefftieffpass 5. Ordnung wird unter Verwendung des T5 Polynoms formuliert:

$$(9) \quad |H_5(\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + [\epsilon \cdot T_5(\Omega)]^2}$$

Mit (10) $|H_5(\Omega)|^2 = H1(\Omega)$ im folgenden Plot:



Wichtige Eigenschaften:

- Die Ordnung des Filters erkennt man an der Anzahl der Wendepunkte im Plot. Eine ungerade Ordnung beginnt mit einem Maxima bei $f=0\text{Hz}$. Eine gerade Ordnung würde mit einem Minima beginnen.
- Je größer der Rippel zugelassen werden kann umso steiler wird der Übergang Passband zu Stopband.
- Beim dargestellten Filter wird ein Tschebyscheffpolynom Typ 1 verwendet. Dadurch beschränken sich die Rippel auf den Durchlassbereich.

1.3.3 Cauerfilter

Wilhelm Cauer hat aufgezeigt, wie mit kleinstem Aufwand die größten Steilheiten beim Übergang Passband zu Stopband erzielt werden können.

Dazu werden rationale elliptische Funktionen zur Anwendung gebracht, wie sie auch von Jacobi beschrieben und untersucht wurden.

Die Übertragungseigenschaften eines Cauer Tiefpasses lassen sich unter Verwendung der elliptischen Funktion so formulieren:

$$(11) \quad |H_n(\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + [\mathcal{E} \cdot R_n(\xi, \Omega)]^2}$$

Wichtige Eigenschaften der Cauerfilter sind:

- Mit geringster Ordnung verglichen mit den bisher vorgestellten Typen wird der steilste Übergang erzielt. Das wird erkauft durch zusätzliche vorhandene Welligkeit im Stopband. Letztere führt dazu, dass beim Tiefpass die Dämpfung mit weiter ansteigender Frequenz auch mal wieder abnehmen kann!
- Der Phasengang ist häufig sehr ungleichmäßig. Dies kann zum Beispiel bei der Verwendung in Regelkreisen schnell zu Instabilitäten führen.
- Im Stopband können sogenannte Notchstellen gezielt genutzt werden. An diesen bestimmten Frequenzbandstellen können sehr hohe Unterdrückungen erzielt werden. Hat man zum Beispiel bestimmte schmalbandige Störer zu unterdrücken lässt sich das Filterdesign manchmal gezielt darauf auslegen.

1.3.4 Besselfilter

Polynome von Friedrich Wilhelm Bessel werden verwendet. Dadurch gelangt man zu folgenden Eigenschaften:

- Geringstes Überspringen im Zeitbereich verglichen mit allen bisher vorgestellten Filtertypen
- Konstante Gruppenlaufzeit über einen weiten Frequenzbereich. Breitbandige Signale die das Filter passieren dispergieren daher nicht so stark im Vergleich zu den anderen Filtertypen. Das wird mit dem Nachteil erkauft, dass der Übergang Passband zu Stopband noch flacher als beim Butterworth Filter vor sich geht.

1.4 Synthese eines Butterworthfilters mit n=3

Die Kunst der Filtersynthese besteht dann darin durch die Dimensionierung der Bauelementwerte die Koeffizienten der Zähler- und Nennerpolynome so zu gestalten, dass der Dämpfungsverlauf mit dem mathematisch vordefinierten übereinstimmt.

1.4.1 Von der Mathematik zur Dimensionierung

Durch die Mathematik gegeben sei das Butterworthpolynom mit der Ordnung n=3:

$$(12) \quad B_3(s) = (s+1)(s^2 + s + 1)$$

Die Klammern werden aufgelöst:

$$(12) \quad B_3(s) = s^3 + 2 \cdot s^2 + 2 \cdot s + 1$$

Weiterhin wurde in 1.2.3 Formel (5) hergeleitet. Von dieser betrachten wir hier das Nennerpolynom mit der Ordnung 3:

$$(13) \quad N_{-Z_{EIN}}(s) = s^3 (L2 \cdot C3 \cdot C1 \cdot R_{Last}) + s^2 (L2 \cdot C3) + s \cdot (R_{Last} \cdot (C1 + C3)) + 1$$

Es wird so umgestellt, dass das Glied mit höchster Potenz den Koeffizienten 1 erhält:

$$(13) \quad N_{-Z_{EIN}}(s) = s^3 + s^2 \frac{(L2 \cdot C3)}{(L2 \cdot C3 \cdot C1 \cdot R_{Last})} + s \cdot \frac{(R_{Last} \cdot (C1 + C3))}{(L2 \cdot C3 \cdot C1 \cdot R_{Last})} + \frac{1}{(L2 \cdot C3 \cdot C1 \cdot R_{Last})}$$

Es wird gekürzt:

$$(13) \quad N_{-Z_{EIN}}(s) = s^3 + s^2 \frac{1}{(C1 \cdot R_{Last})} + s \cdot \frac{(C1 + C3)}{(L2 \cdot C3 \cdot C1)} + \frac{1}{(L2 \cdot C3 \cdot C1 \cdot R_{Last})}$$

Jetzt haben Formel (12) und (13) die gleiche Struktur.

Zur schaltungstechnischen Realisierung der einzelnen Koeffizienten des Butterworthpolynoms von Formel (12) werden jetzt die allgemeinen Ausdrücke aus Formel (13) herangezogen. Das führt zu 3 neuen Formeln für die Koeffizienten.

Der Koeffizient 2 für den s^2 Term wird durch den entsprechenden Ausdruck aus (13) realisiert:

$$(14) \quad 2 \cdot s^{-1} = \frac{1}{(C1 \cdot R_{Last})}$$

Wichtige Anmerkung: In (14) steht s^{-1} für die Einheit des Koeffizienten. Diese ist Eins durch Sekunde.

Der Koeffizient 2 für den s-Term ergibt sich wie folgt:

$$(15) \quad 2 \cdot s^{-2} = \frac{(C1 + C3)}{(L2 \cdot C3 \cdot C1)}$$

Wichtige Anmerkung: In (15) steht s^{-2} für die Einheit des Koeffizienten. Diese ist Eins durch Quadratsekunde.

Das absolute Glied aus (12) soll 1 bleiben. Daraus ergibt sich:

$$(16) \quad 1 \cdot s^{-3} = \frac{1}{(L2 \cdot C3 \cdot C1 \cdot R_{Last})}$$

Wichtige Anmerkung: In (16) steht s^{-3} für die Einheit des Koeffizienten. Diese ist Eins durch Kubiksekunde.

Damit das selbst entworfene Filter später für verschiedene Impedanzen gut umgerechnet werden kann werden im ersten Schritt alle Bauelemente für einen R_{Last} von 1 Ohm dimensioniert:

$$(17) R_{Last} = 1 \cdot \Omega$$

Diese Vorgabe wird in (14) angewendet und man erhält für C1:

$$(14) C1 = \frac{1}{2} \cdot F$$

(17) und (14) werden in (16) eingesetzt:

$$(18) L2 \cdot C3 \cdot s^{-3} = \frac{1}{(0,5F \cdot 1\Omega)}$$

Etwas umgestellt:

$$(18) L2 \cdot C3 = \frac{1}{(0,5F \cdot 1\Omega)s^{-3}}$$

(18) wird jetzt in (15) eingesetzt:

$$(19) 2 \cdot s^{-2} = \frac{(0,5F + C3)}{\left(\frac{1}{(0,5F \cdot 1\Omega)s^{-3}} \cdot 0,5F\right)}$$

Die 0,5F im Nenner werden gekürzt und mit dem verbleibenden Nenner auf beiden Seiten erweitert:

$$(19) \frac{2 \cdot s^{-2}}{1\Omega \cdot s^{-3}} = (0,5F + C3)$$

Wir erhalten:

$$(19) 2F = (0,5F + C3)$$

$$\text{Ergebnis: } C3 = \frac{3}{2} F$$

Einsetzen in (16) liefert den Wert für L2:

$$(16) L2 = \frac{1}{\left(\frac{3}{2} F \cdot \frac{1}{2} F \cdot 1\Omega \cdot s^{-3}\right)} = \frac{4}{3} H$$

Jetzt wird eine Probe durchgeführt. Ziel war es, dass die Dimensionierung der Bauelemente das mathematisch vorgegebene Butterworthpolynom 3. Ordnung erfüllt. Alle Werte werden daher in (13) eingesetzt:

$$(13) \quad N_{-Z_{EIN}}(s) = s^3 + s^2 \frac{1}{\left(\frac{1}{2}F \cdot 1\Omega\right)} + s \cdot \frac{\left(\frac{1}{2}F + \frac{3}{2}F\right)}{\left(\frac{4}{3}H \cdot \frac{3}{2}F \cdot \frac{1}{2}F\right)} + \frac{1}{\left(\frac{4}{3}H \cdot \frac{3}{2}F \cdot \frac{1}{2}F \cdot 1\Omega\right)}$$

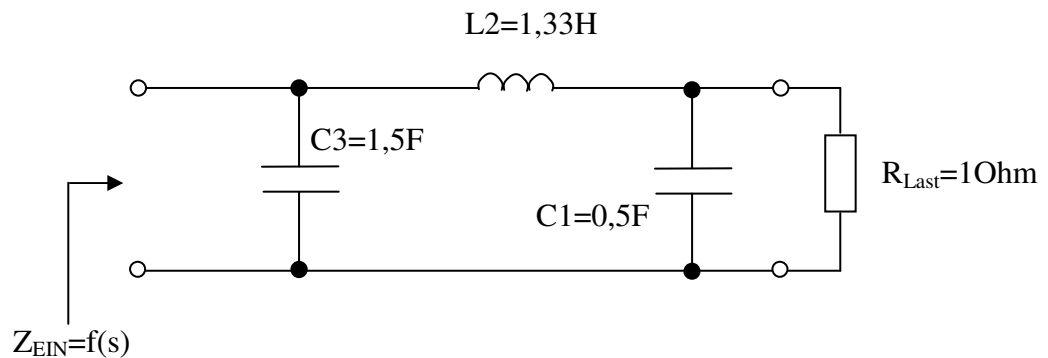
Nach Kürzen und weiterem Auflösen erhält man:

$$(13) \quad N_{-Z_{EIN}}(s) = s^3 + s^2 \cdot 2s^{-1} + s \cdot 2s^{-2} + 1 \cdot s^{-3}$$

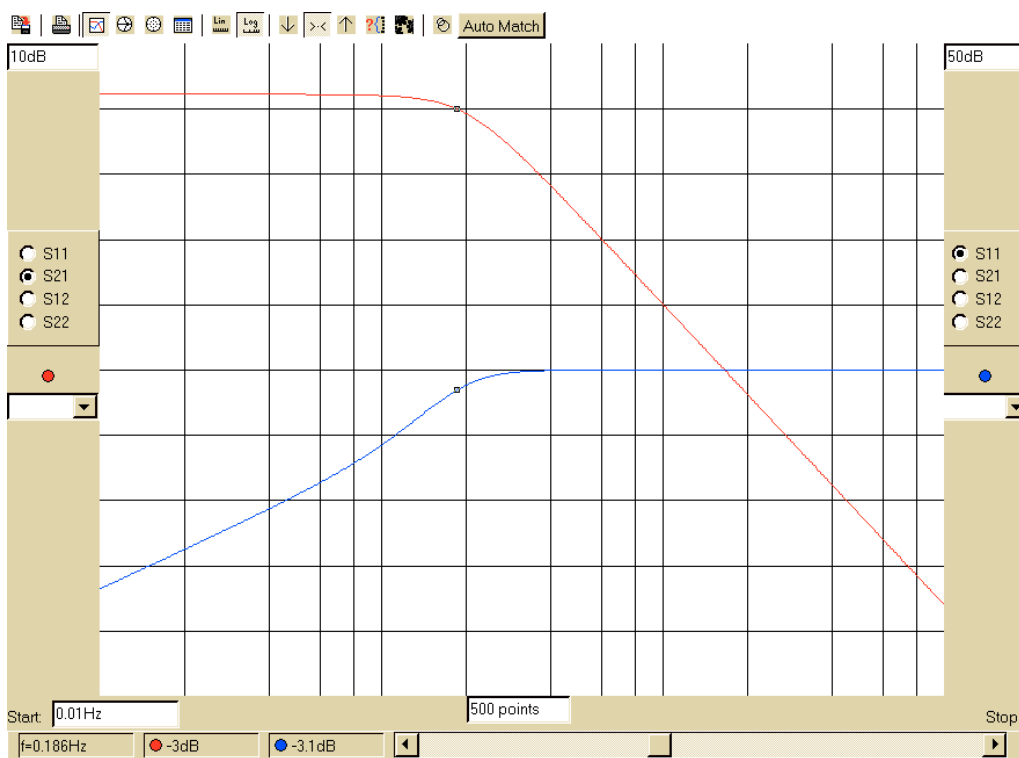
Die Probe zeigt auf, dass das einheitenbehaftete Ergebnis für das Polynom nach (13) mit dem geplanten Polynom nach (12) übereinstimmt. Unglücklicherweise ist klein s zweimal in Verwendung in diesem Ausdruck. Daher eine ergänzende Anmerkung: Alle klein s mit negativer Potenz beziehen sich auf die Einheit Sekunde. Alle s mit positiver Potenz beziehen sich auf die Laplacevariable.

1.4.2 Überprüfung des Entwurfs durch eine Simulation

Die ermittelten Werte führen zu folgender Schaltung:



Im Ergebnis hat man erst einmal ein Filter, welches den qualitativen Verlauf eines Butterworthfilters aufweist. Eine s-parameter Simulation soll das bestätigen. Die Referenzportimpedanz wurde zu 1 Ohm gewählt, um unser Auf ein Ohm Last genormtes Filter entsprechend darstellen zu können. Der blaue Trace zeigt den Eingangsreflexionsfaktor des Filters. Der rote Trace zeigt den Betragsfrequenzgang der Transmission S21 bezogen auf den für die Simulation gewählten Bezugswellenwiderstand von 1 Ohm:



Der blaue Trace nähert sich mit steigender Frequenz immer mehr der 0dB Linie, was dann einen Return Loss von 0dB bedeutet, welches wiederum einem Reflexionsfaktorbetrag von 1 entspricht.

Der Marker ist auf die 3dB-Eckfrequenz eingestellt. Diese beträgt: 0,186Hz.

Um das Filter für die geplante Anwendung geeignet auszulegen fehlen jetzt noch zwei Skalierungsschritte.

- 1.) die Impedanzskalierung
- 2.) die Frequenzskalierung

Die Reihenfolge dabei ist beliebig.

1.4.3 Impedanzskalierung

Damit das Filter sein charakteristisches Verhalten beibehält muss dafür gesorgt werden, dass die Impedanz in allen seinen Zweigen um den gleichen Faktor angehoben oder vielleicht auch abgesenkt wird. Nehmen wir an, wir wollen es für eine 50 Ohm Ausgangsimpedanz auslegen. Dann muss zu diesem Zweck jeder Zweig in seiner Impedanz um den Faktor 50 angehoben werden. Das bedeutet wiederum, dass alle Kondensatoren um den Faktor kleiner werden müssen und alle Induktivitäten und ohmschen Widerstände um diesen Faktor größer ausgelegt werden müssen:

| Bauelement vorher | Rechenschritt | Bauelement nachher |
|------------------------|---------------|----------------------------|
| $R_{Last}=1\text{Ohm}$ | $\cdot 50$ | $R_{LastImp}=50\text{Ohm}$ |
| $C1=0,5\text{F}$ | $/50$ | $C1_{Imp}=10\text{mF}$ |
| $L2=1,33\text{H}$ | $\cdot 50$ | $L2_{Imp}=66,66\text{H}$ |
| $C3=1,5\text{F}$ | $/50$ | $C3_{Imp}=30\text{mF}$ |

Werden die neuen Bauelementedimensionierungen verwendet, funktioniert das Filter wie bisher nur mit dem Unterschied, dass es mit 50 Ohm abgeschlossen werden muss anstelle der 1 Ohm.

1.4.4 Frequenzskalierung

Nach der Impedanzskalierung muss jetzt noch die Eckfrequenz des entworfenen Filters angepasst werden. Nach unserer Synthese liegt die Eckfrequenz bei 0,186Hz.

Der Frequenzskalierungsfaktor ergibt sich jetzt aus dem Zahlenverhältnis der neuen zur bisherigen Frequenz:

$$FSF = \frac{13,56\text{MHz}}{0,186\text{Hz}} = \underline{\underline{72903226}}$$

Die Dimensionierung aller frequenzabhängigen Bauelemente muss jetzt durch den FSF dividiert werden, da die Eckfrequenz um den Faktor FSF vergrößert wurde. Somit bleiben die Produkte $\omega \cdot L$ und $\omega \cdot C$ in allen Fällen konstant und damit bleiben die Verhältnisse aller Einzelimpedanzen und Admittanzen zueinander erhalten. Im Ergebnis verhält sich das Filter wie vorher nur das es jetzt eine neue Eckfrequenz von 13,56MHz aufweist:

| Bauelement vorher | Rechenschritt | Bauelement nachher |
|----------------------------|---------------|--------------------------------|
| $R_{LastImp}=50\text{Ohm}$ | - | $R_{LastImpFreq}=50\text{Ohm}$ |
| $C1_{Imp}=10\text{mF}$ | $/FSF$ | $C1_{ImpFreq}=138\text{pF}$ |
| $L2_{Imp}=66,66\text{H}$ | $/FSF$ | $L2_{ImpFreq}= 918\text{nH}$ |
| $C3_{Imp}=30\text{mF}$ | $/FSF$ | $C3_{Imp}=414\text{pF}$ |

Mit der jetzt vorliegenden Dimensionierung kann die Entwicklung der Anwendung begonnen werden. Die nichtidealen Eigenschaften der Bauelemente und die endliche Auflösung der E-Reihe führen dabei noch einmal zu weiteren kleineren Abweichungen von der theoretischen Vorgabe des Butterworth-Polynoms mit $n=3$. Durch geeignete Simulationen mit guten Bauteilersatzschaltungen und Tests am realen Schaltungsaufbau muss die Anwendung daher gut evaluiert werden. Auftretende Abweichungen sind zu diskutieren.

1.5 Verwendung von Filterhandbüchern

Wie das Synthesebeispiel gezeigt hat, steigt der mathematische Aufwand mit wachsender Ordnung schnell an. Für den Schaltungsentwickler der gelegentlich mal ein Filter entwerfen muss und sich auf dessen Umsetzung auf der Leiterplatte oder in der jeweiligen Applikation konzentrieren möchte empfehlen sich daher oft zusätzliche Hilfsmittel.

Die Tabellen und Handbücher zu Filtern enthalten eine Vielzahl von Filterfrequenzgängen mit verschiedenen Charakteristiken. Um jedoch durch die Fülle der Möglichkeiten den Rahmen dieser Werke nicht zu sprengen, werden

- 1) Die Tabellen auf Tiefpässe beschränkt und
- 2) die Frequenzgänge auf ein normiertes $\Omega = 1$ rad als Eckfrequenz bezogen dargestellt und
- 3) wird alles nur für normierte Quell- und Lastimpedanzverhältnisse dargestellt.

Der Anwender kann durch entsprechende Transformationsschritte diese Verläufe dann auch für Hoch- und Bandpass oder die Bandsperre verwenden.

Folgende Handbücher enthalten beispielsweise eine Vielzahl solcher normierten Filterverläufe und sind für die Filterauslegung eine große Hilfe:

-Rudolf Saal 1979 Fa Telefunken

-Arthur William Taylor Electronic Filter Design (ISBN 0-07-070441-4)

-Anatol I. Zverev: Handbook of Filter Synthesis. John Wiley & Sons, 1967 (ISBN 0-471-74942-7)

-Mattei and Jones