Arbeiten mit Wechselgrößen

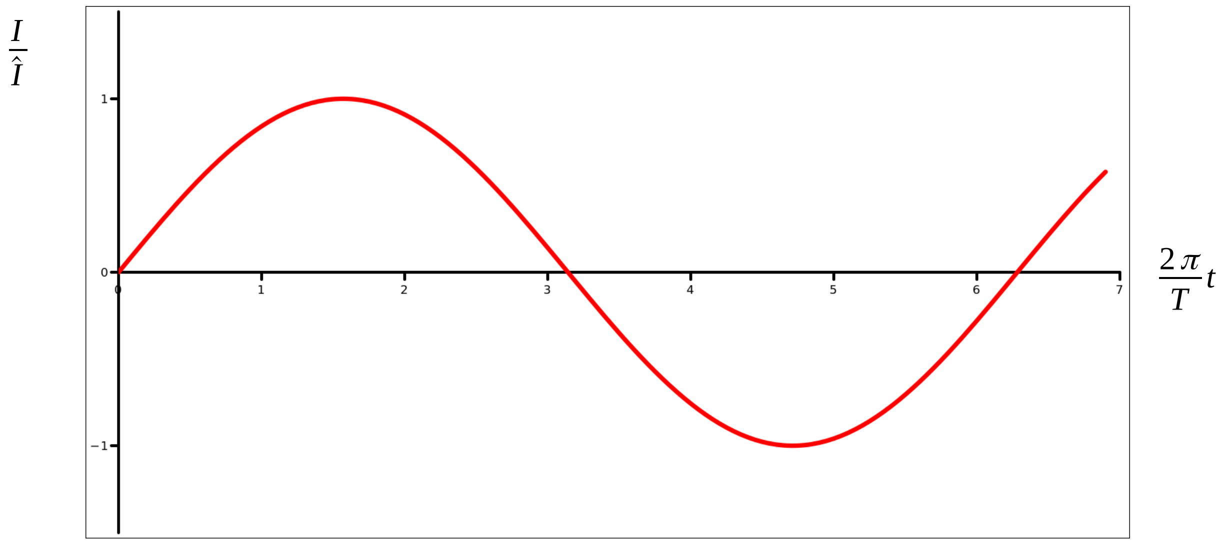
Sinusförmiger Strom

Die Entstehung und Verbreitung von Wechselstrom und -spannung geht schon auf die Anfangszeit der Elektrizität zurück.

Lässt man zum Beispiel eine Leiterschleife in einem stationären Magnetfeld mechanisch angetrieben rotieren dann entsteht in der Leiterschleife ein Strom, der als Funktion der Zeit harmonisch verläuft und mathematisch qualitativ einer Sinusfunktion entspricht. Deren Periodizität beträgt immer Vielfache von 2π.

Je nach Drehzahl der rotierenden Leiterschleife entsteht nun eine schnellere oder langsamere Pendelung der Stromrichtung über der Zeit.

Das wird mit der Periodendauer T dieses Schwingungsvorganges erfasst. Mathematisch passend bietet sich eine x-Achsenteilung normiert auf 2π /T an:



Die y-Achse wurde bezogen auf den Maximalwert des Stromes im Scheitelpunkt der Sinuswelle ebenfalls passend normiert. Dadurch kann der qualitativ gleiche Graph der Funktion zum Beispiel für Scheitelwerte von 10nA Empfangsantennenstrom oder 6kA Leistungsschalterstrom verwendet werden.

Die Häufigkeit der Schwingungen wird mit Frequenz bezeichnet. Die Einheit der Frequenz ist Hertz.

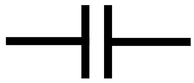
Periodendauer T und Frequenz hängen wie folgt zusammen: $f = \frac{1}{T}$

Um den Faktor 2π erweitert erhält man dann die Kreisfrequenz: $\omega = \frac{2\pi}{T}$

welche dann dem Normierungsfaktor unserer Darstellung der Zeitfunktion entspricht.

Am Wechselstromwiderstand Sind Spannung Und Strom Zeitverschoben

Wenn wir uns jetzt auf sinusförmige Stromverläufe mit einer Frequenz beschränken, dann genügen für die Beschreibung der Spannungs-und Stromzusammenhänge an den 3 möglichen passiven Grundzweipole R, L und C genau 3 Kennwerte. Die Tabelle soll einen Überblick geben:

<table>
<tr><th>Ohmscher Widerstand R</th><th>Induktivität L</th><th>Kapazität C</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$u_R = \mathrm{R} \cdot i_R$</td><td>$u_L = \mathrm{L} \cdot \frac{di_L}{dt}$</td><td>$u_C = \frac{1}{C} \cdot \int i_C \, dt$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Ist der Strom sinusförmig, dann ist der zeitliche Verlauf mit 3 Größen vollständig zu beschreiben. Dies sind die Amplitude $\hat{I}$, die Kreisfrequenz ω und eine eventuelle Phasenverschiebung zum Zeitpunkt t = 0 wird mit φ_0 erfasst:</td></tr>
<tr><td colspan="3">$i = \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Wir erhalten für die zugehörigen Spannungen folgendes:</td></tr>
<tr><td>$u_R = R \cdot \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$</td><td>$u_L = L \cdot \hat{I} \cdot \frac{d \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)}{dt}$;
$u_L = \omega \cdot L \cdot \hat{I} \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$</td><td>$u_C = \frac{\hat{I}}{C} \cdot \int \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) dt$;
$u_C = \frac{\hat{I}}{\omega \cdot C} \cdot \left(-\cos\left(\omega \cdot t + \phi_0\right)\right)$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Das Ergebnis ist in allen 3 Fällen entweder eine reine Sinus- oder Cosinusfunktion. Die zugehörigen Amplituden sind die vor der Winkelfunktion zusammengefassten Koeffizienten und ergeben sich mit kleinem Rechenaufwand:</td></tr>
<tr><td>$\hat{U}_R = R \cdot \hat{I}$</td><td>$\hat{U}_L = \omega \cdot L \cdot \hat{I} = X_L \cdot \hat{I}$</td><td>$\hat{U}_C = \frac{\hat{I}}{\omega \cdot C} = X_C \cdot \hat{I}$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Zur Phasenlage in den 3 Fällen sieht die Gegenüberstellung folgendermaßen aus:</td></tr>
<tr><td>Durch den konstanten Faktor R wird die Phase nicht verändert. Strom und Spannung bleiben in Phase.</td><td>Das Ergebnis der Ableitung ist cos. Die cos-Funktion eilt der sin-Funktion um 90° vor. Allgemein gilt: Jede Differentiation bringt die Phase um 90° nach vorn.</td><td>Das Ergebnis des Integrales ist –cos. Die –cos-Funktion eilt der sin-Funktion um 90° nach. Allgemein gilt: Jede Integration lässt die Phase um 90° nacheilen.</td></tr>
</table>

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass Spule und Kondensator , beide sind Energiespeicher, eigentlich nur eine Phasenverschiebung zwischen dem Strom durch und der Spannung über ihren Polen verursachen.

Das entspricht einem zeitlichen Versatz der harmonisch verlaufenden Zeitfunktionen. Qualitativ verlaufen die Zeitfunktionen von U und I gleichförmig harmonisch und mit gleicher Periodendauer. Ihre Amplituden sind über das ohmsche Gesetz der Wechselstromtechnik verknüpft. Siehe dazu in der Tabelle die Anmerkungen zur Koeffizientenberechnung.

Phasoren Und Zeiger

Es lässt sich jetzt feststellen, dass die Rechenoperationen Differenzieren und Integrieren, gerne auch Ab- und Aufleiten genannt, die sonst oft erhebliche Veränderungen in Form und Verlauf am Ergebnis bewirken bei den vorliegenden sinusförmigen Größen augenscheinlich fast nichts verändern. Auch die Erneuerung der Amplitude der Schwingungen durch Multiplikation mit neuem Koeffizienten bewirkt nichts wirklich neues am Verlauf der Schwingung.

Man stelle sich jetzt eine Netzwerkberechnung mit mehreren Wechselstromwiderständen vor die zu einer handvoll unabhängiger Größen führt. Deren einzelne harmonische Funktionen übereinander dargestellt in einem gemeinsamen f(t)-Diagramm zu überblicken kann sich dann schwierig gestalten. Vor lauter leicht gegeneinander versetzt laufenden Wellen über vielleicht zwei oder drei Perioden geschwungen dargestellt, kann die Darstellung zur Verwirrung beitragen und der Blick fürs Wesentliche geht dann eher verloren.

Das ruft geradezu nach einer neuen grafischen Darstellung, die sich auf das Wesentliche fokussiert und den Überblick über die noch verbleibenden vielen Werte auch bei etwas größeren Wechselstromnetzwerken erleichtert und uns zusätzlich noch Rechenvorteile bietet wie zum Beispiel grafische Bestimmung von Amplituden und auch von Phasenwinkeln.

Und das alles gewährt uns der sogenannte Bildraum. Er spannt eine Zahlenebene auf in der jeder Punkt mittels Abstand vom Nullpunkt der Ebene und zugehörigem Richtungswinkel klar definiert ist.

Jede sinusförmig verlaufende elektrische Größe lässt sich jetzt mit ihrer Amplitude entspricht dem Abstand vom Nullpunkt und ihrer Phasenlage entspricht dem Winkelunterschied der elektrischen Größen zueinander in diese Ebene als Punkt eindeutig abbilden.

Mathematisch wäre der Punkt genug als Größendefinition jedoch das Darstellen der Verbindungslinien erleichtert uns Elektrotechnikern/-innen das Überblicken der Größen und die Entnahme der Phasenwinkel durch Winkelmessung.

Im Ergebnis wird jede schwingende elektrische Wechselgröße minimalistisch aber hochgenau mit einem Winkel und einer Länge als zweidimensionaler Vektor abbgebildet.

Diese Vektoren nennt der Elektrotechniker Zeiger oder auch Phasoren.

Beim Eintragen der ersten schwingende Größe in den Bildraum lässt sich die Phase willkürlich festlegen, da der Referenzpartner noch fehlt.

Die Energietechniker legen die 0 Grad Phase gerne senkrecht nach oben, da das die Anschaulichkeit der in der Leistungselektrik so wichtigen Cosinus Phi Verläufe verbessert.

Nachrichtentechniker bevorzugen die 0 Grad Referenz nach rechts passend zur komplexen Gausschen Ebene.

Variante 2 wird In diesem Dokument dann angewandt.

Das wunderbar passende mathematische Hilfsmittel um den Bildraum zu erzeugen sind die komplexen Zahlen.

Daher folgt im nächsten Kapitel ein kleiner Ausflug ins Komplexe....

Komplexe Zahlen als Helfer

Viele Jahre vor der angewendeten Elektrizität vom Mathematiker Cantor vorgedacht und von einigen Zeitgenossen aus Unverständnis als sinnlos belächelt sind sie eine Erweiterung des Zahlenraumes wie sie für die Naturwissenschaften geeigneter nicht sein könnte. Das zeigte dann etwas später die neu aufkommende Wechselstromtechnik, die mit ihren Phasenverschiebungen und Blindleistungen einer neuen erweiterten Mathematik bedurfte um modelliert, gestaltet und schliesslich angewendet zu werden. Auch andere Wissenschaften wie die Meteorologie, der Maschinenbau und viele andere nutzen die Vorteile dieses Zahlensystems ebenfalls für ihre Lösungsansätze.

Obwohl das Rechnen mit Komplexen Zahlen nicht einfach ist, vereinfacht es dennoch häufig die gesamte Lösung des Problems. Das wird erkennbar, wenn versucht wird auf die Einführung der komplexen Zahlen zu verzichten, weil das Schulsystem, vielleicht im ungesunden Sparzwang, denkt es wird einfacher. Das Gegenteil ist dann oft der Fall und der Versuch der Umgehung sieht oft traurig aus und generiert mehr Aufwand bei gleichzeitig schlechter Verständlichkeit.

Wie Entsteht Der Imaginärteil

Dieser Abschnitt soll kein Mathematikbuch ersetzen sondern das Vorstellungsvermögen für die komplexen Zahlen in Bezug auf die Elektrotechnische Anwendung anregen und verfeinern.

Gehen wir deshalb auf einige Stufen der Zahlenraumweiterentwicklung mit Beispielen ein:

Es zeigt sich an jeder Schwelle zum nächsten neuen Raum, dass eine einfache Aufgabe nicht mehr lösbar ist ohne den bisherigen alten Raum zu verlassen.

Starten wir mit den Natürlichen Zahlen N: Die Addition führt nicht zum Verlassen des Zahlenraumes, Subtraktion dagegen recht schnell. Die simple Aufgabe Zwei minus Vier ist sonst nicht mehr lösbar. Nur im erweiterten Raum der ganzen Zahlen G ist das Ergebnis enthalten.

Im neuen Raum G ist nun Multiplikation ungestört durchführbar ohne ihn zu verlassen jedoch führt Division mit der einfachen Aufgabe 1 durch 3 sofort in den Raum der rationalen Zahlen und hier zu einem unendlichen periodischen Dezimalbruch 0,3333...

Steigern wir uns jetzt gar auf Rechenoperationen der dritten Stufe wie Potenzieren und Radizieren, also das Ziehen von Wurzeln, dann führt die Aufgabe Wurzel aus Zwei schon zu einer irrationalen Lösung, da nicht vollständig auf alle Stellen hinter dem Komma ermittelbar und eröffnet den Raum der reellen Zahlen. Hier tummeln sich dann unter anderem Zahlen wie Pi und die Eulersche Zahl.

Die folgende Aufgabenstellung ist wiederum in diesem Raum nicht mehr lösbar:

$$z=\sqrt{-2}$$

Daher klammern wir das Problem erstmal aus: $z=\sqrt{-1}\cdot\sqrt{2}$

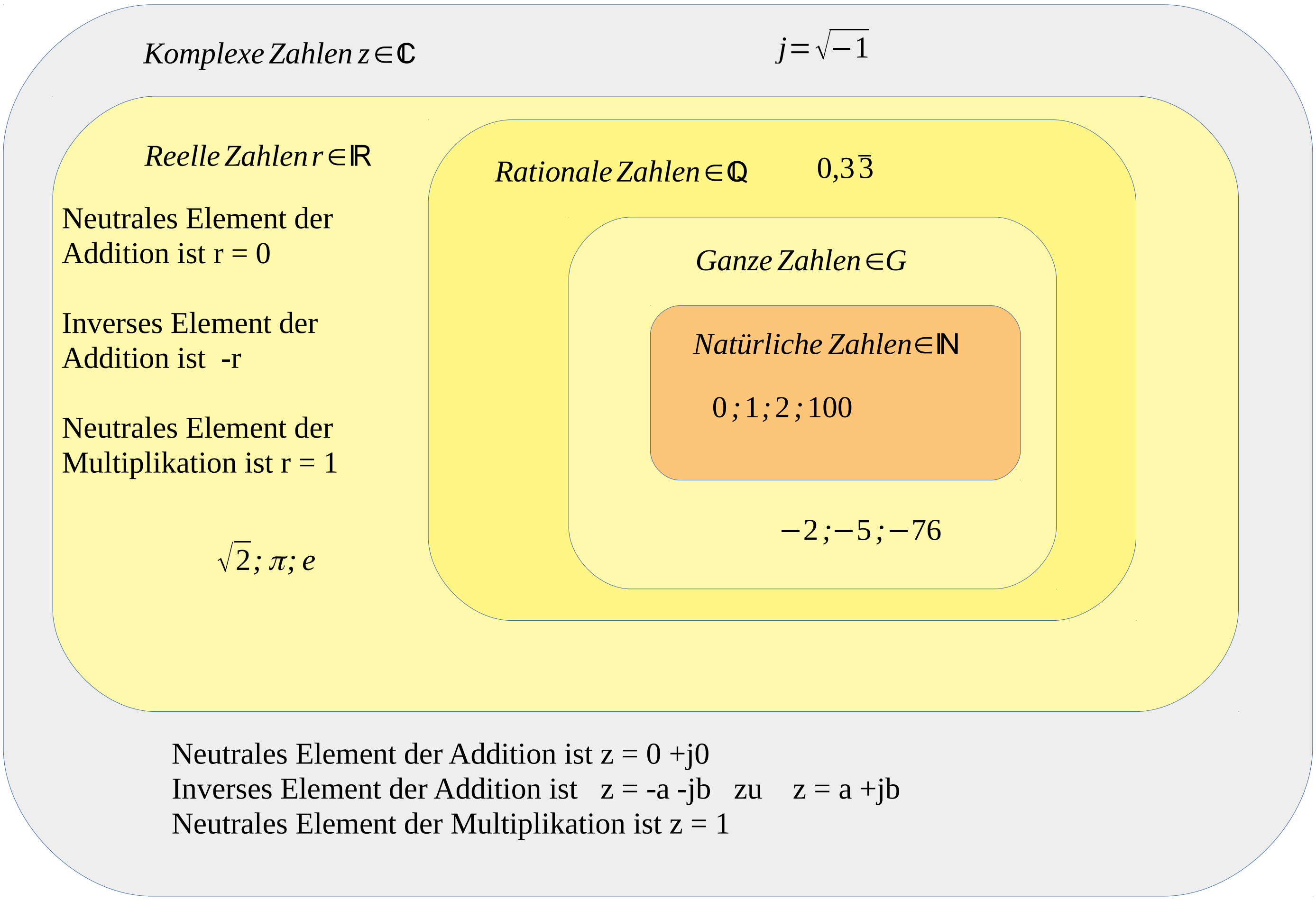
Der Ausgeklammerte Ausdruck wird jetzt definiert zu: $j=\sqrt{-1}$

Mit dieser Definition lässt sich das vorherige Problem wenigstens annähernd lösen:

$$z\approx j\cdot 1{,}414$$

Damit ist der neue Raum der Komplexen Zahlen eröffnet.

Die verwendeten Zahlen bilden Körper der jeweiligen Zahlenräume:



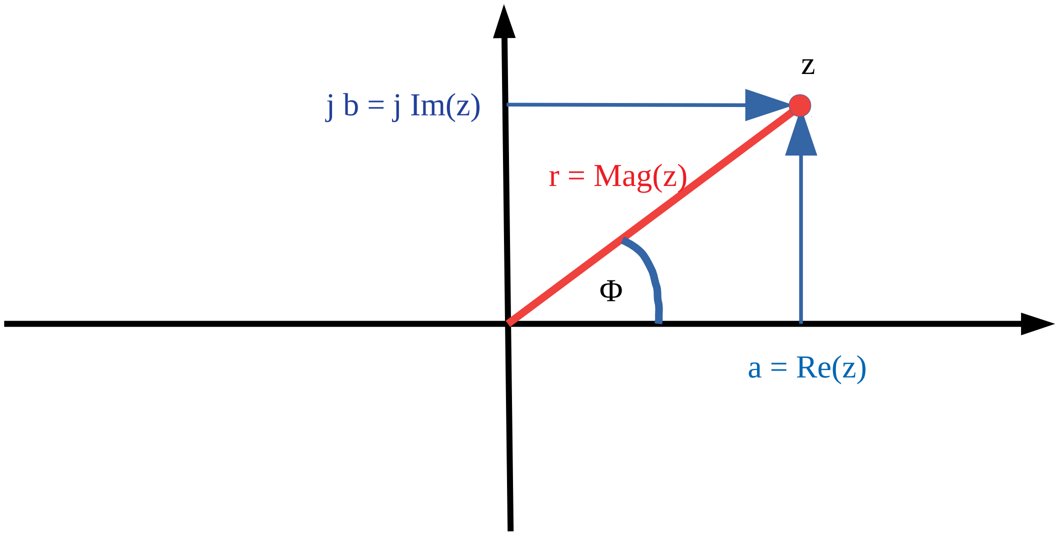
Die Definition umfasst unter anderem das Assoziative Gesetz, das kommutative Gesetz, die Existenz des Neutralen Elementes und die Existenz des Inversen Elementes. Es lassen sich Abel‘sche Gruppen definieren um den Körper der komplexen Zahlen genau zu beschreiben. Für den weiteren Einstieg in diese eher mathematischen Themen sei auf einschlägige gute Mathematische Literatur verwiesen.

Für uns als elektrotechnische Anwender wichtig sind die Rechenregeln beim Umgang mit den komplexen Zahlen und die anschauliche Darstellung ihres Lösungsraumes.

Wir wollen eine anschauliche Elektrotechnik durch die komplexe Ebene erreichen.

Die Gaussche Zahlenebene

Sowie der Raum der reellen Zahlen sich auf einer Geraden aufspannen lässt, ist eine mögliche Weiterentwicklung die, dass auf einer zweiten Geraden senkrecht zur ersten ein neuer reeller Zahlenraum aufgespannt wird. Dieser reelle Raum beinhaltet dann alle möglichen imaginären Lösungsanteile, wobei der Imaginärteil selbst das komplexe Glied j nicht enthält. Der Imaginärteil ist hingegen auch eine reelle Zahl, die orthogonal, also senkrecht auf dem Realteil steht. Die von den beiden Geraden aufgespannte Fläche bildet einen zweidimensionalen linearen Vektorraum, die Gaussche Zahlenebene. Sie lässt sich hervorragend als Bildraum für unsere U , I ,Z , Y und andere Zeiger verwenden. Die Menge aller Punkte auf dieser unendlich großen Ebene entspricht der verfügbaren Menge der komplexen Zahlen:



Die Punkte der Ebene und damit unsere komplexen Zahlen lassen sich auf zweierlei Art eindeutig zuordnen.
Entweder über die kartesische Form, wobei der Punkt über die beiden Achsenkoordinaten (im Bild blau) definiert ist:

Die komplexe Zahl z definiert sich dann zu: $z = a + j \cdot b$ mit $a ; b \in \mathbb{R}$

Oder über die Polarform bei der der Punkt über den Abstand vom Nullpunkt der Ebene, welcher dem Betrag r der komplexen Zahl entspricht und dem zugehörigen Winkel Phi, der die Richtung des Betragsvektors (im Bild rot) festlegt:

Die komplexe Zahl z definiert sich dann zu: $z = r \cdot e^{j\phi}$ mit $r \in \mathbb{R}$

Um Rechenvorteile zu nutzen, bietet sich oft eine Umwandlung von der einen in die andere Form an. Dafür erinnern wir uns an die Zusammenhänge im rechtwinkligen Dreieck und den Satz des Pythagoras. Der Betrag der Zahl bildet immer die Hypotenuse und die kartesischen Koordinaten bilden die beiden Katheten des rechtwinkligen Dreieckes:

Umrechnung der Kartesischen Form in die Polarform	Umrechnung der Polarform in die Kartesische Form
$Mag(z) = \sqrt{a^2 + b^2}$	$a = r \cdot \cos\phi$
$\phi = atan\left(\frac{b}{a}\right)$	$b = r \cdot \sin\phi$

Vorsicht beim Umgang mit der Tangensfunktion. Da der Tangens mit einer Periodizität von 90° verläuft, ist das Vorzeichen von Phi nicht in jedem Quadranten korrekt. Im Zweifel empfiehlt sich eine kleine Skizze der Lage des Zeigers und die anschliessende Ermittlung des Winkels.

Gut macht sich weiterhin eine Definition des Winkels nicht von 0° bis 360° sondern von 0° bis +180° nach oben beginnend und weiterhin von 0° bis -180° nach unten beginnend in der Gausschen Ebene. Zum Beispiel ein Phi von 270° wird ersetzt durch ein Phi von -90° was mathematisch gleichwertig ist. Das ist besonders wichtig, wenn Programme für den „Hochgeschwindigkeitstrottel“ also den Computer verfasst werden. Viele hässliche Programmierfehler entstehen durch nicht erkannte Fälle dieser Art.

Eulersche Formel Und Drehungen Am Einheitszeiger

Zum Abschluss des kleinen Ausflugs ins Komplexe geht es um den Ursprung der Eulerschen Formel und die Auswirkungen von j, welches auch Phasenoperator genannt wird.

$$e^{j\cdot\phi}=\cos(\phi)+j\cdot\sin(\phi)$$

Gut verständlich wird es mit der Vorstellung, dass sich alle 3 Terme der Gleichung jeweils in eine unendliche Reihe entwickeln lassen. Die Reihe ist die Summe einer Folge. Für die Veranschaulichung der Herleitung wird x statt Phi verwendet, da mathematisch für viele gewohnter:

Für die reell gerade Kosinusfunktion erhalten wir: $\cos(x)=\frac{x^0}{0!}-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}\ldots$

Für die reell ungerade Sinusfunktion erhalten wir: $\sin(x)=\frac{x^1}{1!}-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}\ldots$

mit j multipliziert ergibt imaginär ungerade: $j\cdot\sin(x)=\frac{j\cdot x^1}{1!}-\frac{j\cdot x^3}{3!}+\frac{j\cdot x^5}{5!}\ldots$

Für die Eulersche Reihe erhalten wir $e^{jx}=\frac{j^0\cdot x^0}{0!}+\frac{j^1\cdot x^1}{1!}+\frac{j^2\cdot x^2}{2!}+\frac{j^3\cdot x^3}{3!}+\frac{j^4\cdot x^4}{4!}+\frac{j^5\cdot x^5}{5!}\ldots$

Jetzt zum j: Jede weitere Multiplikation mit einem j ändert hier nur die Vorzeichensituation:

Es gilt: $j^2 = -1$; $j^3= -j$; $j^4= +1$; $j^5 =j$; $j^6=j^2$ und wir sind einmal rum..

Daher erhalten wir für die Eulersche Reihe auch: $e^{jx}=\frac{1\cdot x^0}{0!}+j\frac{x^1}{1!}-\frac{x^2}{2!}-j\frac{x^3}{3!}+\frac{x^4}{4!}+j\frac{x^5}{5!}\ldots$

Und es läßt sich durch Vergleich der Reihenglieder erkennen, dass die cos(x) Reihe und die j sin(x) Reihe aufaddiert die Eulersche Reihe mit j im Exponenten ergibt.

Schön ersichtlich ist weiterhin, dass die e-Funktion beim Ableiten unverändert bleibt, da einfach die Reihenglieder einen Platz weiter rücken durch die Reduktion des Exponenten und wir wieder eine neue unendliche e-Reihe als Ergebnis erhalten.

Jedoch wenn wir Elektrotechniker den sogenannten Einheitszeiger mit r=1 nach der Zeit t ableiten passiert folgendes:

$$\frac{d\left(r\cdot e^{j\omega t}\right)}{dt}=r\cdot j\,\omega\cdot e^{j\omega t}$$

Das Ableiten führt durch die innere Ableitung zu einer Multiplikation mit jω also auch zu einer Multiplikation mit dem Phasenoperator j.

Jedes weitere Ableiten führt zu erneuter Multiplikation mit j und damit zu einer immer neuen Phasenschiebung um 90° entgegen dem Uhrzeigersinn in unserer Gausschen Ebene. Das entspricht einer reinen Drehung des vorher vorhandenen Zeigers im Bildraum.

Beim Aufleiten hingegen passiert etwas anderes:

$$\int r\cdot e^{j\omega t}\,dt=\frac{r\cdot e^{j\omega t}}{j\,\omega}$$

Da durch die innere Ableitung dividiert werden muss führt es hier zu einer Multiplikation mit 1 durch j was einem minus j entspricht. Dadurch wird mit -j multipliziert und das Integrieren dreht daher den Phasor um 90° zurück in unserem Bildraum. Vergleiche auch mit der Tabelle auf Seite 2.

Da der Faktor r, der dem Betrag der komplexen Zahl entspricht, nicht verändert wird durch Ab- und Aufleiten ist diese Erkenntnis des „Nur Phase Schiebens“ für den gesamten denkbaren Amplitudenbereich r gültig und anwendbar.

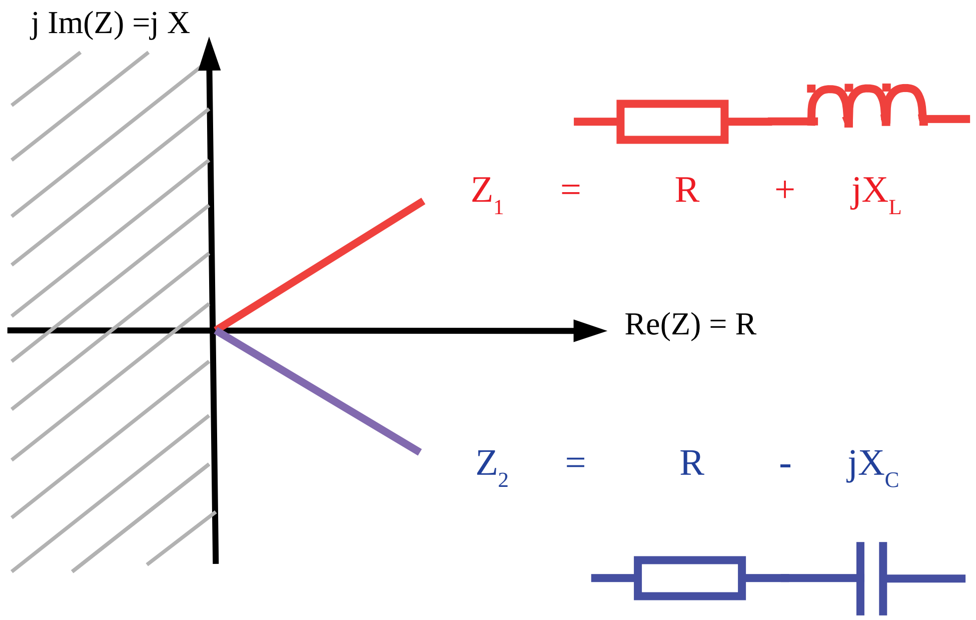
Impedanz und Admittanz

Nachdem die Mathematischen Ausdrucksformen zur Modellierung und Beschreibung der physikalisch technischen Wirklichkeit eingeführt wurden ist die Zeit für erste Elektrotechnische Anwendungsbeispiele gekommen

Der Impedanzbegriff

Im Unterschied zum rein ohmschen Widerstandsbegriff, der den zeitlichen Versatz von U und I nicht beschreiben kann, ist die Impedanz dazu in der Lage.

Anders als im Falle der Gleichstromrechnung, bei der der Quotient aus den Beträgen von U und I genügt und das Ergebnis zeitinvariant ist, besteht die Impedanz aus dem Quotient von U-und I-Zeiger. Dadurch ist das Ergebnis als komplexe Zahl ausdrückbar, deren Phasenwert dem Versatz zwischen U- und I-Welle entspricht. Würde man jetzt mit rein ohmschen Widerständen weiterarbeiten, dann blieben alle Lösungen rein reell und die komplexe Ebene wäre unnötig. Jedoch bereits mit dem ersten Blindelement, also entweder einer Induktivität L oder einer Kapazität C dazu in Reihe geschaltet ändert sich das ganz schnell und die mögliche Lösungsmenge verlässt die von der aufgespannten reellen Achse gebildete Gerade und betritt die Fläche der komplexen Ebene. Mit der physikalischen Größe entsprechend Zahlenwert mal Einheit des Widerstandes multipliziert erhalten wir unser erstes **kartesisches Impedanzgitter** (engl. Impedance Grid). Häufig genügt der positive Halbraum der Fläche, da in den meisten technischen Anwendungsfällen keine negativen Wirkwiderstände betrachtet werden müssen. Der Einfachheit halber wird der negative Halbraum, hier schraffiert dargestellt, dann gleich ausgeblendet:



Wie in der Gleichstromlehre gilt auch hier in Reihe liegende Widerstände addieren sich zum Gesamtwiderstand des Zweiges, nur jetzt stehen die Anteile orthogonal aufeinander.

Da der Spannungsabfall der Spule aus der Ableitung ihres Stromes entstand ist das Ergebnis für den induktiven Blindwiderstand positiv. Alle möglichen induktiven Lösungen liegen daher in der Impedanzebene immer im oberen rechten Quadranten mit $X > 0$.

Da der Spannungsabfall am Kondensator durch die Integration seines Stromes entstand ist das Ergebnis für den kapazitiven Blindwiderstand negativ. Alle möglichen kapazitiven Lösungen für eine Impedanz liegen daher immer im unteren rechten Quadranten mit $X < 0$.

Die Leitwert- Oder Auch Admittanzebene

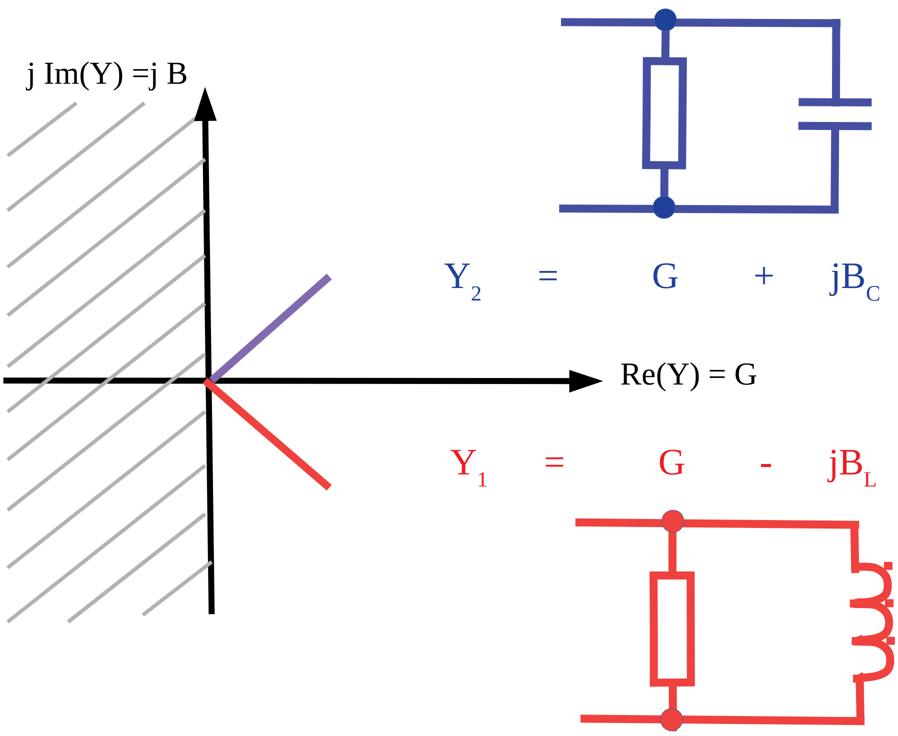
Der Zusammenhang zwischen Impedanz Z und Admittanz Y ist die Inversion: $Y=\frac{1}{Z}$

Die Einheit des Leitwertes ist Siemens: $[S]=\frac{1}{[\Omega]}$

Vor der Inversion ist die Umwandlung in die Polarform empfehlenswert:

$|Y|\cdot e^{\phi_Y}=\frac{1}{|Z|}\cdot\frac{1}{e^{\phi_Z}}$ daraus folgt: $\phi_Y=-\phi_Z$

Da sich das Vorzeichen des Phasenwinkels beim Invertieren vertauscht, vertauschen sich die Vorzeichen bei den Ergebnissen für den Imaginärteil auch. Alle kapazitiven Lösungen befinden sich daher im rechten oberen Quadranten der Admittanzebene (engl. Admittance Grid) und alle induktiven Lösungen liegen im unteren rechten Quadranten. Das ist aber nur in der Admittanzebene so:



Wichtig: Die Bauteilwerte, die zur Z-Ebene gehören und der Reihenschaltung entstammen, sind andere als die Bauteilwerte, die zum korrespondierenden inversen Punkt des Leitwertgitters gehören.

Man nennt die Parallelschaltung mit diesen neuen Werten die Äquivalente zur Reihenschaltung. Bei gleicher Frequenz erzeugt die äquivalente Parallelschaltung genau den gleichen Impedanzzeiger wie die korrespondierende Reihenschaltung. Der Charakter der Schaltung bleibt dabei erhalten, also ohmsch kapazitiv bleibt nach der Inversion ohmsch kapazitiv und ohmsch induktiv bleibt ohmsch induktiv.